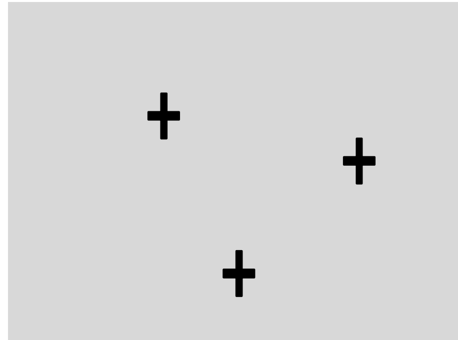
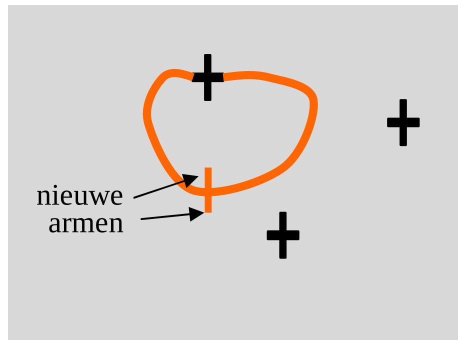
Les 1 - Brussels sprouts

We doen een spel voor twee spelers. De eerste speler trekt rode lijnen, de tweede trekt groene lijnen.

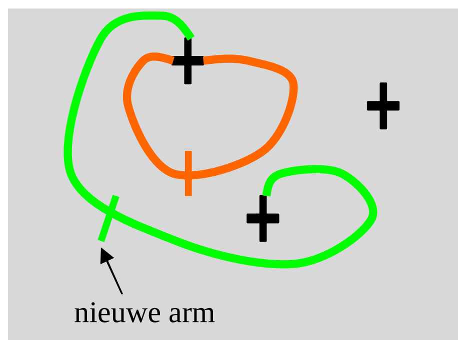
1 Zet drie plustekens op papier. Elk plusteken heeft vier vije armen.



2 Om de beurt verbindt een speler twee vrije armen en zet je een streepje ergens door de verbindingslijn, zodat er twee nieuwe vrije armen ontstaan. Bijvoorbeeld zó:

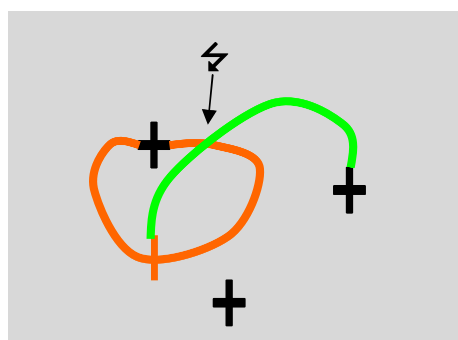


3 De tweede speler antwoordt bijvoorbeeld zó:



4 Enzovoort. Het spel is afgelopen als een speler geen zet meer kan doen; deze speler heeft dan verloren.

De verbindingslijnen mogen elkaar en zichzelf niet snijden:

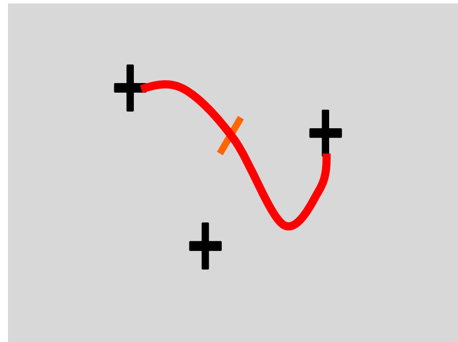


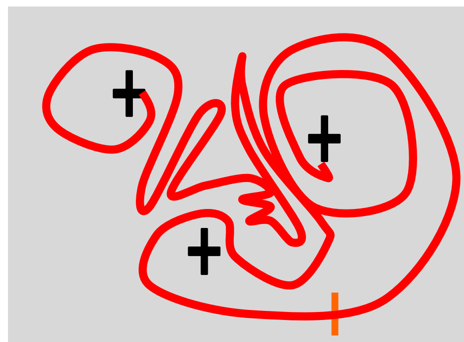
<u>Opdracht</u>
Kies een tegenspeler en speel het spel een paar keer.

<u>Vraag 1</u>
Kun je altijd door blijven spelen zonder dat er iemand wint?

Vraag 2
Hoeveel zetten duurt het spel minimaal?

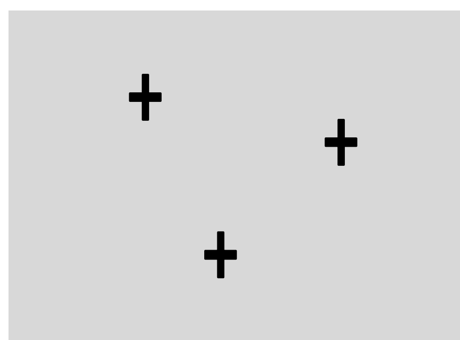
Vraag 3
Maakt het voor het spel een verschil welke van de volgende twee zetten je doet?



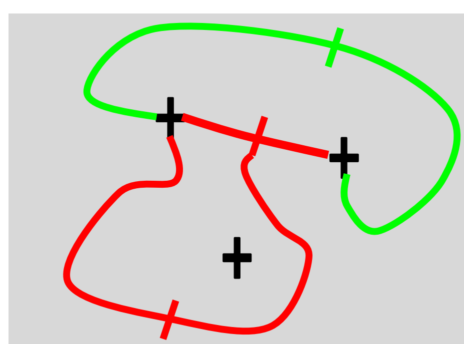


We spreken af
Twee zetten zijn *hetzelfde* (komen op hetzelfde neer) als ze hetzelfde paar vrije armen met elkaar verbinden.

Vraag 4
a. Hoeveel verschillende zetten zijn er in het begin van het spel?



b. Hoeveel verschillende zetten zijn er in de volgende spelsitutatie voor de groene speler?



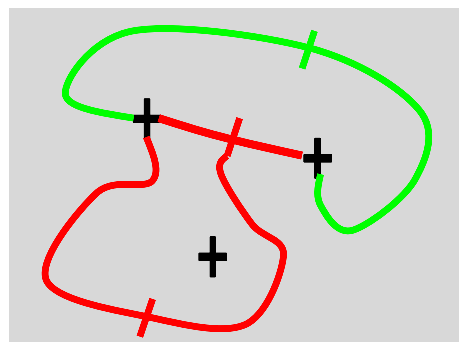
Vraag 5
Speel het spel nog eens en houd bij hoeveel mogelijkheden je voor de volgende zet hebt. Schrijf deze aantallen in de volgende tabel.

zet	1	2	3	4	5	6	7	8
aantal mogelijkheden	66							

zet	9	10	11	12	13	14	15	16
aantal mogelijkheden								

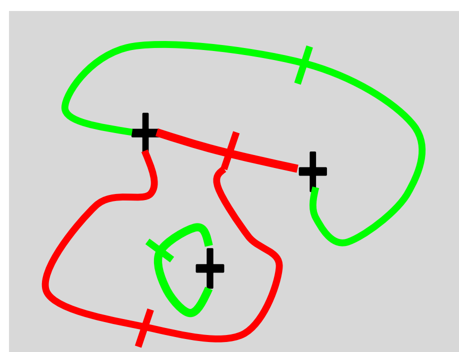
We verzamelen de resultaten in de klas in een grote tabel op het bord. De leerlingen schrijven de rij aantallen uit hun tabel op het bord. Wat valt op?

Vraag 6
We hebben in vraag 4b al uitgerekend dat er in deze spelsituatie nog 21 verschillende zetten mogelijk zijn. Geef een voorbeeld van een zet waarna er minder zetten mogelijk zijn en geef een voorbeeld waarna er nog steeds 21 zetten mogelijk zijn.



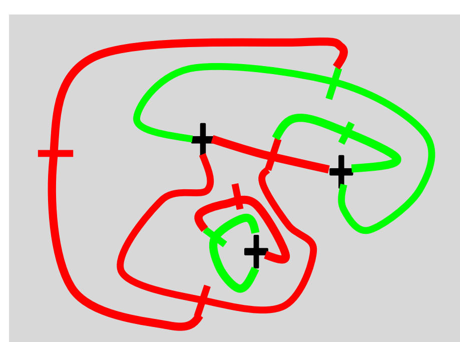
In een spelsituatie onderscheiden we *(kruis)punten* en vrije *armen* en *(verbindings)lijnen.*

Twee nieuwe begrippen
Alle punten die met elkaar verbonden zijn behoren tot eenzelfde *component*.
De lijnen verdelen het papier in gebieden. Alle punten van het papier die je kunt bereiken zonder over een lijn heen te moeten, behoren tot hetzelfde *gebied*.
Ook het oneindig grote buitengebied telt mee als een gebied.



De spelsituatie hiernaast telt 2 componenten en 4 gebieden

Vraag 7
Hoeveel componenten en hoeveel gebieden zijn er in deze situatie?



We onderscheiden twee soorten zetten:

- een *verbindende* zet verbindt twee componenten,
- een splitsende zet splitst een gebied in tweeën.

Vraag 8

Wat gebeurt er met het aantal componenten en wat het het aantal gebieden als je een verbindende zet doet?
En wat als je een splitsende zet doet?

Vermoeden

Gedurende het spel worden er altijd 2 verbindende en 11 splitsende zetten gedaan.

Vraag 9

a. Hoeveel componenten zijn er in het begin en aan het einde van het spel? Waarom? Wat betekent dat voor het aantal verbindende zetten tijdens het spel?
b. Hoeveel vrije armen zijn er in het begin en aan het einde van het spel? Waarom?
c. Wat is het verband tussen het aantal vrije armen en het aantal gebieden aan het einde van het spel?
d. In het begin van het spel is er maar één gebied, namelijk het buitengebied. Hoeveel gebieden zijn er aan het einde? Waarom? Wat betekent dat voor het aantal splitsende zetten tijdens het spel?
e. Leg uit wat dit spel te maken heeft met het chocoladeprobleem.

Het aantal componenten, vrije arme en gebieden aan het einde van het spel hangt dus niet af van het spelverloop. Daaruit volgt dat zowel het aantal verbindende zetten als het aantal splitsende zetten steeds hetzelfde is. Dus: het aantal zetten dat het spel duurt hangt niet af van het spelverloop.

Dit geldt in ieder geval wanneer we met drie plustekens beginnen. We vragen ons nu af hoe het zit als we met een ander aantal plustekens beginnen.

Vraag 10

Stel dat er in het begin 1000 plustekens zijn. Beredeneer dat ook nu het spel na een vast aantal zetten is afgelopen en bereken dit aantal.

Vraag 11

Het aantal plustekens waarmee we beginnen noemen we *P.* Het aantal zetten dat het spel duurt noemen we *Z*. Wat is het verband tussen *Z* en *P*?

Vraag 12

Hoeveel zetten duurt het spel wanneer je met twee plustekens begint? Controleer je antwoord experimenteel door een keer tegen iemand te spelen.

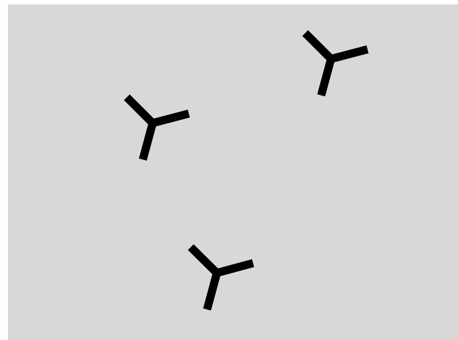
Vraag 13

Bij welke aantallen plustekens wint de speler die begint (de rode speler)?

Opdracht

Stel de beginsituatie bestaat uit driepoten in plaats van plustekens. Het aantal driepoten waarmee we beginnen noemen we *D* .

Onderzoek welk verband er bestaat tussen *Z* en *D*.



Eindopdracht

Bij het volgende spel wordt begonnen met een aantal punten in plaats van plustekens op het papier. Om de beurt verbinden de spelers twee punten met elkaar en zetten ergens op de verbindingslijn nieuwe een punt. De nieuwe lijn mag de eerdere lijnen en zichzelf niet snijden. Verder mogen er maximaal drie lijnen in een punt samenkomen.

Het spel is weer afgelopen als een speler niet meer kan zetten; die heeft dan verloren.

Beredeneer of het aantal zetten ook nu eindig is. Zo ja, geef een formule. Zo niet, leg uit waarom niet.

